

ERNST EDUARD KUMMER (1810-1893) IN SCHLESIEN

H a n s – J o a c h i m G i r l i c h (Leipzig)

Im September 1981 versammelte sich in Dedham unweit Boston (Mass.) eine illustre Gesellschaft algebraischer Zahlentheoretiker. Anlass war das 350-jährige Jubiläum der noch immer nicht bewiesenen Fermat'schen Vermutung. Ziel war es, dieses unbewältigte Problem mit modernen mathematischen Methoden gemeinsam in Angriff zu nehmen. Einer der Organisatoren der Tagung war der 28-jährige Andrew Wiles vom Princeton Institute for Advanced Study, der schließlich das schwierige Problem nach weiteren 14 Jahren löste, davon die zweite Zeithälfte nahezu im Alleingang. Am 27. August 1997 konnte Wiles dafür den mit 70 000 DM dotierten Wolfskehl-Preis in der Aula der Göttinger Universität entgegennehmen.¹ Wir verweisen auf die Dedham-Tagung, weil dort Ernst Eduard Kummer durch den Eröffnungsvortrag und in einem weiteren Vortrag, 130 Jahre nach seinen richtungsweisenden Breslauer Arbeiten, als Vater der algebraischen Zahlentheorie, als einer der „giants of mathematics“ gewürdigt worden ist.² Es ist an der Zeit, dem bedeutendsten Mathematikprofessor an der preußischen Universität zu Breslau, den ihm zustehenden Platz in der Schlesischen Gelehrtenrepublik einzuräumen.

DIE VATERSTADT IN DER NIEDER-LAUSITZ

Nach der Landkarte *Silesia Typus* von Martin Heilwig aus dem Jahre 1561 ist Schlesien von der Lausitz durch eine Linie westlich des Bobers getrennt. Damit liegt der Ort Soraw, unweit Sagan, in Schlesien. Die Nieder-Lausitz gehörte aber mit der Stadt Sorau seit dem 14. Jahrhundert zu Böhmen und seit 1635 zu Kursachsen, das nach Beitritt zum Rheinbund 1806 durch Napoleon zum Königreich Sachsen erhoben wurde. Dafür musste im Kriegsfall ein Truppenkontingent von 20 000 Mann gestellt werden. Das geschah 1807 in den Napoleonischen Kriegen gegen Preußen und 1812 gegen Russland. Nur einige tausend sächsische Soldaten kamen zurück. Als Reste der geschlagenen „Großen Armee“ im Dezember durch Sorau zogen, hatten sie furchtbare Seuchen im Gefolge.³ Der Stadt- und Landphysicus in Sorau, Dr. Carl Gotthelf Kummer versuchte den unter der Bevölkerung ausgebrochenen Typhus einzudämmen und verstarb daran noch 1813. Nach den Siegen der Verbündeten bei Leipzig im Oktober 1813 und Waterloo 1815 erhielt Preußen auf dem Wiener Kongress große Teile der sächsischen Lausitz zugesprochen und die Stadt Sorau gelangte zur preußischen Provinz Brandenburg, Regierungsbezirk Frankfurt/Oder.

1 S. Singh: *Fermats letzter Satz*, München 2000. S. 338.

2 N. Koblitz: *Number Theory* [...], Boston 1982, S.1.

3 K.-H. Rauert: *700 Jahre Sorau* [...] Dortmund 1960, S. 40.

Ernst Eduard K u m m e r wurde am 29.1.1810 in Sorau geboren. Sein Vater, der bereits erwähnte Carl Gotthelf Kummer, war 1767 als Sohn des Pachtinhabers Gottfried Kummer in Reutnitz, Ober-Lausitz, geboren worden und hatte in Leipzig und Jena Medizin studiert. Ernst Eduards Mutter, Friederike Sophie Kummer (1788-1859), war die Tochter des Pfarrers Christian Traugott Rothe in Bentzig.⁴ Sie hatte nach dem frühen Tod des Vaters für die beiden Söhne allein zu sorgen.

Darüber berichtete Kummers Berliner Schüler Kurt Hensel:

„als das große Unglück über sie hereinbrach, nahm sie, um ihre kleinen Kinder durchzubringen, jede Arbeit an; lange Zeit nähte sie Soldatenhemden für deren jedes sie drei Groschen erhielt und von denen sie drei am Tage fertigstellte. ...
Trotz ihrer bedrängten Lage setzte Frau Kummer es durch, daß ihre beiden Söhne nach vorhergehender privater Ausbildung das Gymnasium in Sorau besuchen konnten.“⁵

Von Ostern 1819 an lernte Eduard neun Jahre an dieser städtischen Anstalt. Im Abgangszeugnis werden ihm ausgezeichnete Kenntnisse in den mathematischen Wissenschaften und ein ziemlich geläufiges lateinisches Disputieren bescheinigt. Wieder ermöglichte ihm seine Mutter auch eine akademische Ausbildung. Er ließ sich zusammen mit seinem Bruder Karl Volkmar am 30.4.1828 an der Königl. vereinten Friedrichs-Universität Halle-Wittenberg in die Matrikellisten für ein Studium der Theologie einschreiben. Die 320 km lange Strecke von Sorau nach dem ebenfalls preußischen Halle an der Saale mußten die Brüder zu Fuß zurücklegen.⁶

STUDIUM IN HALLE

Mit Eduard Kummer ist ein Brief unterzeichnet, der mit Halle, d. 8.Juli 1828 datiert an seine Mutter gerichtet war. Dieser gibt Auskunft über Eduards Orientierung auf ein Mathematik-Studium bereits im ersten Semester:

„Sie haben uns durch Ueberschickung des Geldes sehr erfreut, was mir aber das liebste war, das war, daß Sie meinen Entschluß nicht für Schwäche und Wankelmüthigkeit gehalten haben. Wahrlich es ist wohl nichts weniger als dieß, denn wäre ich wankelmüthig und schwach, so würde ich wohl nicht eine sichere Aussicht auf ein ruhiges sorgenloses bequemes Leben mit der unsicheren Aussicht auf eine Versorgung als Lehrer der Mathematik vertauschen, auch würde ich nicht das bei weitem leichtere Studium, was für ein Theologen-Examen gehört mit dem schwereren mathematischen vertauschen. - Glauben sie nicht daß ich von ängstigenden Zweifeln umstrickt sei, nein, es ist nie klarer vor meine Seele getreten daß der Mensch unter jeder Bedingung recht handeln soll ohne auf irgend einen Lohn zu sehen, aber ich halte nicht das äußere Glück für das höchste Gut des Menschen, sondern die Seelenruhe, welche aus dem Bewußtsein hervorgeht recht gehandelt zu haben. [...]. Jetzt kann ich mit gutem Gewissen nicht fortfahren Theologie zu studieren, darum habe ich es aufgegeben, und habe mir die Mathematik erwählt, [...]“⁷

Ein Blick in Kummers Liste der besuchten Vorlesungen lässt allerdings Zweifel an seinem Umsetzungsvermögen aufkommen, da er in den ersten beiden Semestern

4 Neue Deutsche Biographie, Bd.13, Berlin 1982, S. 283 f.

5 Festschrift zur Feier des 100. Geburtstages Eduard Kummers, Leipzig und Berlin 1910, S. 3.

6 E. Lampe: *Nachruf für Ernst Eduard Kummer*, Berlin 1893, S. 15.

7 Siehe Anm.5, S. 41.

ausschließlich theologisch orientierte Veranstaltungen auswählte. Erst im 3. Semester lernt er den Professor der Mathematik Heinrich Ferdinand Scherk (1798-1885) kennen, der an den Universitäten in Breslau, Königsberg und Göttingen studiert und in Berlin promoviert hatte. Bei Scherk hörte Kummer folgende Vorlesungen: *Algebra, verbunden mit einer Einleitung in die Analysis des Unendlichen, Reine Mathematik, Analytische Geometrie, Trigonometrie, Differential-Rechnung und Integral-Rechnung*. Außerdem nahm er drei Semester an einem Seminar teil mit der merkwürdigen Bezeichnung *Mathematische Gesellschaft*, in dem er durch das Lösen von Übungsaufgaben an die mathematische Forschung herangeführt wurde. Scherk hatte mehrere Artikel über Potenzreihenentwicklungen der Sekantenfunktion veröffentlicht. Für die Hallenser Philosophische Fakultät stellte er 1831 als Preisfrage die Entwicklung nach trigonometrischen Funktionen von Kosinus- und Sinuspotenzen. Kummer reichte eine Arbeit ein, die am 3.8.1831 von der Universität ausgezeichnet wurde in einem großen Saale des Waisenhauses, das heute zu den Franckeschen Stiftungen gehört, mit einem Preisgeld von 50 Thalern.⁸ Die Preisschrift enthielt im ersten Teil eine Literaturübersicht zum gestellten Problem und dazu im zweiten veröffentlichungsreife eigene Untersuchungen, so dass er dafür am 10. September zum Dr.phil. promoviert wurde (Abb. 1 zeigt das dazu benötigte Führungszeugnis). Da Kummer Ende August schon sein Oberlehrerexamen in den Fächern Theologie, Philologie, Deutsch, Geschichte, Mathematik und Physik als Rigorosum abgelegt hatte⁹, konnte er sich alsbald auf den Heimweg begeben.

GYMNASIALLEHRER IN SORAU UND LIEGNITZ

Das einjährige Referendariat leistete Kummer unentgeltlich in dem alten Gymnasium seiner Vaterstadt Sorau ab, dessen Rektor Adler ihm ein gutes Zeugnis ausstellte:

„Herr Dr. Kummer... hat hier am Gymnasio zu Sorau sein Probejahr treu und fleißig abgehalten, auch während 3.monatlichen Urlaub des Rectors 12. wöchentliche Lectionen statt 8. gern und willig übernommen. Die Gegenstände, worin derselbe in allen Klassen unterrichtete, bezogen sich hauptsächlich auf Mathematik. Namentlich lehrte er gemeiner Rechenkunst in den Unterklassen, Geometrie in Tertia, Trigonometrie in Secunda und Kegelschnitte in Prima; dergleichen Naturlehre in den Ober-Klassen. Doch trieb er auch längere Zeit Hebräisch mit Anfängern und in einzelnen Lectionen andere Gegenstände.“¹⁰

In dieser Zeit arbeitete er weiter an Entwicklungen von analytischen Funktionen in trigonometrische Reihen und konnte damit seine in lateinischer Sprache abgefassten Hallenser Dissertation erweitern und im August 1832 zu August Leopold Crelle (1780-1855) nach Berlin schicken, der dort von 1826 bis 1855 das *Journal für die reine und angewandte Mathematik* herausgab (das deshalb kurz Crelle-Journal genannt wurde)¹¹, um sie in deutscher Fassung publizieren zu lassen.

⁸ Siehe Anm.5, S. 42f.

⁹ Ebd., S. 44f.

¹⁰ W. Narkiewicz: Ernst Eduard Kummer und die Anfänge der algebraischen Zahlentheorie, S. 1-2. Herrn Professor Narkiewicz danke ich für das am 24.7.2013 mir zugesandte Marburger-Vortragsmanuskript vom 7.7.1999.

¹¹ H.-J. Girlich: Über Wege zu ersten mathematischen Fachzeitschriften in Europa, Aachen 2009, S. 226-228.

Im Januar 1833 erhielt Kummer vom Magistrat des Fürstentums und der Stadt Liegnitz eine Vocation für die sechste Lehrerstelle an dessen vereinten Königlichen und Städtischen Gymnasium. Nach seiner Annahme und der Bestätigung durch das Königliche Provinzial-Schul-Collegium für Schlesien siedelte Kummer nach Liegnitz über, musste aber noch im Frühjahr 1833 einen einjährigen Militärdienst in Breslau antreten. Dort blieb ihm noch ausreichend Zeit, um seine Forschungen fortzusetzen und seine zukünftige wissenschaftliche Arbeit zu planen. Darüber berichtete er in einem Brief vom 30.1.1834:

„Mein Osterprogramm ist nun fertig es ist zwar klein und füllt nur anderthalb Bogen aber es ist inhaltsschwer. Ich habe auch schon einen Brief an einen großen Mathematiker in Königsberg fertig, welchem ich es überschicken. ... Ich überschicke es ihm bloß darum weil er gerade die größten Entdeckungen in dem Fache gemacht hat worüber mein Programm handelt und er wird sich darüber wundern und freuen zugleich, daß ein Musketier dieselben Gegenstände behandelt als er.“¹²

Carl Gustav Jacob J a c o b i (1804-1851), Ordinarius der Mathematik in Königsberg, hatte eine Theorie der elliptischen Transcendenten in ihren Beziehungen zu elliptischen Integralen und Differentialgleichungen geschaffen. Kummer nahm die Vorgehensweise zum Anlass, eine Methode zu entwickeln, mit der man partikuläre linearer Differentialgleichungen gewinnen kann. Damit wollte er speziell die von Euler und Gauß betrachteten hypergeometrischen Funktionen von der entsprechenden Differentialgleichung ausgehend untersuchen und deren Lösungen durch Entwicklungen an Singularitäten charakterisieren. In seinem Osterprogramm hat er seine Methodik begründet, den Weg skizziert, in einer großen Arbeit ausgebaut und im Crelle-Journal 1836 veröffentlicht¹³. Mit weiteren Beiträgen zur Analysis allgemein anerkannt, wurde Kummer 1839 zum korrespondierenden Mitglied der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin gewählt. In Liegnitz erhielt er wohl den Professorentitel, der seine finanzielle Lage als Gymnasiallehrer kaum verbesserte. Diese Situation beschrieb er im Januar 1840 an seine vorgesetzte Behörde in Breslau:

„Für die hohe Ehre, welche mir dadurch zu Theil geworden ist, daß ich ... zum Professor ernannt worden bin, sage ich ... meinen unterthänigsten innigen Dank. ... Ich halte alle meine Mühe und Arbeit, welche ich bisher für mein Amt übernommen habe für reichlich und überschwänglich belohnt durch diese mir erwiesene Gnade, und wenn ich noch eine unterthänigste Bitte jetzt vorzutragen habe, so ist es mir die Noth, welche mir dazu nöthigt da ich nämlich seit einiger Zeit mit Ottilie Mendelssohn, einer Enkelin des bekannten Philosophen Moses Mendelssohn verlobt bin, und zu Ostern [?] mich mit ihr zu verheiraten gedenke, so wird mir der geringe Gehalt meiner Stelle, jährlich 466 rth, nur bei den größten Entbehrungen ferner für meinen Lebensunterhalt ausreichen und ich richte deshalb an ein Königl. Hochpreisliches Provincial-Schul-Collegium die unterthänigste Bitte, mir, sobald es möglich sein möchte eine Verbesserung meiner ... Lage gnädigst zu gewähren.“¹⁴

Kummer heiratete am 24. April 1840 Ottilie Mendelssohn, deren Cousine Rebecka, geborene Mendelssohn-Bartholdy, Ehefrau von Gustav Peter Lejeune D i r i c h l e t

12 Siehe Anm.5, S. 45f.

13 E. Kummer: *Über die hypergeometrische Reihe*, Journal für die reine und angewandte Mathematik 15(1836), S. 39-78.

14 Siehe Anm.10, S. 2.

(1805-1859) war, dem Ordinarius der Mathematik an der Berliner Universität und ordentlichem Mitglied der Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Zu dessen Ehe formulierte er später:

„und merkwürdigerweise hat Alexander von Humboldt unwillkürlich selbst hieran einen gewissen Theil, insofern er es gewesen ist, welcher Dirichlet in das durch Geist und Kunstsinn ausgezeichnete und berühmte Haus seiner Schwiegereltern zuerst eingeführt hat.“¹⁵

Wöchentlich hatte Kummer 24 Stunden Unterricht in Liegnitz zu geben. In den ersten Jahren waren darunter fast keine mathematischen, in den letzten Jahren der gesamte Rechen- und Mathematikunterricht sowie der Physikunterricht der höheren Klassen des Gymnasiums.¹⁶ Unter seinen Schülern blieb er mit zweien später in enger Verbindung. Das waren Ferdinand J o a c h i m s t h a l (1818-1861) aus Goldberg, Abitur 1836, und der ortsansässige Leopold K r o n e c k e r (1823-1891), über den Kummer zum Abitur 1841 berichtete, er habe nicht durch den Schulunterricht seine Kenntnisse erworben, obwohl dieser den Grund legte, auch nicht durch Privatstunden,

„sondern da er schon in den unteren Klassen für Mathematik ein lebhaftes Interesse und besonders gute Anlagen zeigte, so kam er häufig zu mir, sich über mathematische Gegenstände näher zu unterrichten. Durch mündliche Belehrung, die er mit erstaunenswerter Leichtigkeit auffaßte, sowie durch eigenes angestregtes Studium hat er sich diese in einem so jungen Menschen ungewöhnlich weitreichenden und zugleich sehr gründlichen Kenntnisse erworben,“¹⁷

Wir werden auf die beiden Schüler kurz zurückkommen, die nach ihrem Studium bedeutende Mathematiker wurden mit Ordinariaten in Berlin bzw. Breslau .

DER GROSSE FERMAT'SCHE SATZ

In den Dreißigerjahren des 17. Jahrhunderts studierte in Toulouse der Conceiller de la Chambre des Stadtparlaments Pierre de Fermat (1601-1665) die *Arithmetik des Diophant*. Im Buch II fand er das Problem 8 „Ein gegebenes Quadrat soll in eine Summe zweier Quadrate zerlegt werden.“¹⁸ Daraufhin formulierte er folgende Marginalie (vgl. Abb. 2 und 3):

„Es ist jedoch nicht möglich, einen Kubus in 2 Kuben, oder ein Biquadrat in 2 Biquadrate und allgemein eine Potenz, höher als die zweite, in 2 Potenzen mit demselben Exponenten zu zerlegen: Ich habe hierfür einen wahrhaft wunderbaren Beweis entdeckt, doch ist dieser Rand hier zu schmal, um ihn zu fassen.“¹⁹

Die Aussage lässt sich präzisieren zu einem mathematischen Satz:

Für eine beliebige natürliche Zahl $n > 2$ hat die Gleichung $x^n + y^n = z^n$ keine Lösung in positiven ganzen Zahlen x, y, z .

15 E. Kummer: *Gedächtnisrede auf G.P.Lejeune-Dirichlet*, Berlin 1860, S. 15.

16 K. Hensel: *Gedächtnisrede auf E.E. Kummer*, Berlin 1910, S. 5f.

17 A. Kneser: *Leopold Kronecker*, DMV-Bericht 1925, S. 217.

18 A. Czwalińska: *Arithmetik des Diophantos aus Alexandria*, Göttingen 1952, S. 27. Fermat las die von G. Bachet de Méziriac (1581-1638) in Paris 1621 besorgte zweisprachige Ausgabe.

19 P. de Fermat: *Bemerkungen zu Diophant*, Leipzig 1932, S. 3. Fermats Randnotiz an der Ausgabe von 1621 erschien erstmalig in der von seinem Sohn Samuel Fermat 1670 herausgegebenen zweiten Auflage des Bachet'schen Buches *Arithmeticon Liber II* unmittelbar unterhalb Questio VIII als *Observatio domini Petri de Fermat*.

Khintchine nannte diese Behauptung den *Großen Fermat'schen Satz*²⁰, in der englischen Literatur heißt er „letzter Fermat'scher Satz“. Einen Beweis dieses Satzes hatte es bis zum Jahre 1995 nicht gegeben, deshalb war er vorher nur eine Vermutung. Da sich aber immer wieder große Mathematiker daran versuchten und für gewisse n somit Spezialfälle lösen konnten, wurde bald vom „Fermat'schen Satz“ gesprochen. Leonhard E u l e r (1707-1783) behandelte den kubischen²¹ und den biquadratischen Fall in St. Petersburg. Den Fall $n = 5$ lösten Dirichlet und Adrien-Marie L e g e n d r e (1752-1833) 1825 in Paris, dort auch 1840 Gabriel L a m é (1795-1870) für $n = 7$. Auch Kummer begann schon in Liegnitz sich mit der Fermat'schen Vermutung zu beschäftigen. Im Oktober 1835 reichte er seine ersten Anmerkungen bei Crelle in Berlin ein, wofür er ganz elementare Algebra eingesetzt hatte, der Lösung des Problems aber auch nicht näher kam. Danach studierte er die zahlentheoretischen Arbeiten von Gauß, Jacobi und Dirichlet, insbesondere die Theorie der quadratischen Reste. Kummer untersuchte die Gaußschen Summen für kubische Reste zunächst nur numerisch. Im Crelle-Journal wurde das Ergebnis und die daraus abgeleitete Vermutung 1842 veröffentlicht. Etwa gleichzeitig erschien in Breslau Kummers Habilitationsschrift²², in der er das Resultat zahlentheoretisch eingebettet hatte. Am 26.10.1842 erfolgte die Verteidigung in Verbindung mit der Amtseinführung als ordentlicher Professor der Mathematik in den Senat der philosophischen Fakultät an der Academia Vratislaviensis. Erst 137 Jahre später konnte die asymptotische Verteilung der Kummer'schen Summen angegeben und seine vorschnelle Vermutung verbessert werden.²³

Mit dieser Arbeit betrat Kummer den Boden der modernen Zahlentheorie, deren Ausbau er in Breslau vorantrieb bis zum Beweis des Fermat'schen Satzes für eine spezielle Klasse von Primzahlen.

AN DER KÖNIGLICHEN UNIVERSITÄT ZU Breslau

In der schlesischen Landeshauptstadt bestanden schon seit langer Zeit Pläne für eine hohe Schule. Eine Volluniversität wurde aber erst zu Kummers Lebzeiten eröffnet. Dazu wurde das Breslauer Jesuitenkolleg Leopoldina von 1702 durch die ehrwürdige Frankfurter Viadrina von 1506 bedeutend ergänzt, die wegen ihrer Nähe zur neuen Berliner Universität dort überflüssig geworden war. Zur Verstärkung der Mathematik wurde aus Oldenburg Heinrich Wilhelm B r a n d e s (1777-1834) berufen. Zwei seiner Breslauer Studenten, um die er sich sehr bemüht hatte, seien hier erwähnt: einmal der schon als Kummers akademischer Lehrer genannte Scherk, der von 1818 bis 1820 in Breslau studiert hatte, weiterhin Ernst Julius S c h o l t z (1799-1841), der 1819 hinzu kam, hier studierte, promovierte und sich habilitierte. Nachdem Brandes 1826 an die Universität Leipzig berufen worden war, wurde Scholtz 1828

20 A.Хинчин: *Великая теорема Ферма*, Госиздат 1927.

21 L. Euler: *Vollständige Anleitung zur Algebra*, Leipzig 1885, S. 511-527:

22 E.E. Kummer: *De residuis cubicis [...]*, Vratislaviae MDCCCXLIV.

23 Heath-Brown/Patterson, Berlin 1979, S. 113, vgl. auch Narkiewicz (1990) S. 200-201.

außerordentlicher Professor und nach dem Tod des Astronomen Anton Lorenz J u n g n i t z (1764-1831), der auch mathematische Vorlesungen gehalten hatte, zunächst Direktor der Sternwarte und 1834 ordentlicher Professor der Mathematik an der Breslauer Universität.²⁴ Scholtz bestritt zusammen mit dem Privatdozenten Köcher 15 Jahre lang die Mathematikausbildung, bis die Philosophische Fakultät im April 1841 die Entlassung von Dr. Köcher beschloss. Nun erlitt Scholtz im Oktober einen tödlichen Jagdunfall, deshalb sah sich die Fakultät am 26.10. 1841 gezwungen, sich an das Ministerium mit einem Schreiben zu wenden, worin der Dekan Thilo über ihre Lage bezüglich der Mathematik ausführte:

„Da sie für dieses Fach zuletzt ihn allein besaß, befindet sie sich in der Unmöglichkeit, das dringende mathematische Bedürfnis sowohl der Unterricht und der Prüfungen zu befriedigen und bittet daher unterthänigst um die baldigste Wiederbesetzung der erledigten Professur, vielleicht durch den Professor Kummer in Liegnitz, dessen Besitz schon der Verstorbene als sehr wünschenswert erklärt [...] hatte.“²⁵

Da dieser Antrag nur einen Kandidaten enthielt, dieser der Fakultät schon durch den regierungsbevollmächtigten Oberregierungsrat Heinke im April empfohlen worden war und Kummer in Berlin durch Dirichlet und Crelle einflussreiche Fürsprecher hatte, schrieb er am 16.1.1842 an Kronecker

„Seit ich bei meiner letzten Anwesenheit in Berlin merkte, es könne mit Breslau Ernst werden, so setzte ich mich zu Hause hin und arbeitete sehr fleißig um so etwas wie eine Dissertation zur Habilitation zu arbeiten, und ich fing bei etwas mir ganz neuem an, nämlich bei den Cubischen Resten der Primzahlen $6n+1$.“²⁶

König Friedrich Wilhelm IV. bestätigte am 12. Februar 1842 die Ernennung zum ordentlichen Professor. Am 18. April begann Kummer wahrscheinlich seine Lehrtätigkeit in Breslau. Das früher gedruckte offizielle Verzeichnis für das Sommer-Semester 1842 führte nur Mathematik-Vorlesungen des Physikers Frankenheim und des Privatdozenten Koch an. Im Winter-Semester 1842/43 wurde Kummer mit 6 Wochenstunden *Differenzial- und Integralrechnung* und 2 Stunden *Uebungen in der Auflösung mathematischer Aufgaben und Erklärung besonderer Abschnitte aus verschiedenen Theilen der Mathematik* angekündigt. Im folgenden Semester setzt er die mathematische Grundausbildung mit *Analytischer Geometrie* fort. Eine Verbindung zu seiner aktuellen Forschung stellte Kummer mit *Die Elemente der Zahlentheorie oder höhere Arithmetik* im WS 1843/44 und mit *Die Kreistheilung, in ihrer Verbindung mit der Zahlentheorie* im SS 1844 her.

Vielleicht wollte er darüber mit seinem Liegnitzer Schüler Kronecker diskutieren, der in diesem Studienjahr unter seinen Studenten saß. Kronecker hatte nach dem Abitur vier Semester in Berlin bei Dirichlet und Steiner studiert, anschließend ein Jahr an der Universität Bonn verbracht. Seit Anfang 1842 wurde er brieflich von Kummer über dessen neueste Untersuchungen zur Zahlentheorie unterrichtet und dadurch zu eigenen Studien angeregt, „hübsche Dinge über unsere complexe Zahlen zu suchen und zu finden“²⁷. Nun konnten sie in Breslau gemeinsam an der angestrebten

24 H.-J. Girlich: *Zur Genealogie bedeutender Mathematiker* [...], Wrocław (in Druck).

25 W. Narkiewicz: Marburg-Vortrag, S. 5.

26 Siehe Anm. 5, S. 46.

27 Ebd., S. 57.

Dissertation arbeiten. Aber auch als nach Michaelis Kronecker wieder nach Berlin gegangen war und dort auch Vorlesungen bei Jacobi gehört hatte, musste Kummer in einem Brief vom 26.12.1844 eingreifen und ihm raten:

„Halten Sie einen Augenblick an bei dem, was Sie haben, formen Sie es zu einem Ganzen, wenn auch nicht alles, doch das Hauptsächlichste, alsdann lassen Sie sich so rasch als möglich zum Doctor machen.“²⁸

Das gelang auch in neun Monaten mit der Schrift *De unitatibus complexis*, begutachtet von Encke und Dirichlet. Eine ungewöhnliche Danksagung erschien 36 Jahre später:

„HERRN ERNST KUMMER zum 10. September 1881

Lieber Freund! Seit siebenundvierzig Jahren Dein Schüler und beinahe ebenso lange Dein Freund, glaube ich mich berechtigt, zu Deinem Doctor-Jubiläum diese Festschrift zu veröffentlichen. Ihr Inhalt weniger als ihre Bestimmung motiviert wohl auch die Anfügung einer neuen, vollständigen Ausgabe meiner Doctor-Dissertation, welche Dir am 10. September 1845 von mir gewidmet, aber damals nicht bis zu Ende abgedruckt worden ist. Beide Arbeiten berichten auf ihren Blättern von dem, was ich Dir verdanke. Aber nur unvollkommen. In Wahrheit verdanke ich Dir mein mathematisches Dasein;...

LEOPOLD KRONECKER.“²⁹ (Abb.4)

Der Berliner Verlag G. Reimers, der auch das Crelle-Journal drucken ließ und es vertrieb, hat dem *Festschrift*-Band noch eine aktuelle Arbeit von Richard Dedekind (1831-1916) und Heinrich Weber (1842-1913) aus dem Crelle-Journal³⁰ einbinden lassen, in der Riemannsche Flächen algebraisiert wurden bis zu neuen Beweisen des Satzes von Riemann-Roch.

Die Kummersche Vorlesung über die Kreisteilung fand eine Fortsetzung durch einen ehemaligen Promovenden und späteren Nachfolger, dem a.o. Professor an der Universität Breslau Paul Bachmann (1837-1920), der dazu noch die Arbeiten von Cauchy und Jacobi herangezogen und in Buchform bei B.G. Teubner veröffentlicht hat.³¹

Begonnen mit WS 1844/45 las Kummer während vier Semestern *Die gesammte Mechanik ohne Hülfe der höheren Analysis mit Anwendung auf Maschinen* und in den jeweils folgenden Semestern *Analytische Mechanik*, und im WS 1848/49 zweistündig *Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Ob er damals schon ahnte, dass er diese physikalischen Gegenstände einmal an der Königlichen Preußischen Kriegsakademie in Berlin knapp zwei Dezenien lang lehren sollte?

DAS JAHR 1848

Kummer schrieb am 5. Mai 1848 aus Breslau an seinen Freund Kronecker, der auf Landgütern unweit Liegnitz lebte:

„Können Sie sich wohl vorstellen, daß ich seit acht Tagen mich zweimal als Volksredner versucht habe? [...] Neben mir sind außer zwei hiesigen Bürgern allerdings nur Mitglieder des demokratischen Klubbs für Berlin und Frankfurt gewählt worden; überhaupt haben die

28 Ebd., S. 62f.

29 L. Kronecker: Grundzüge [...], Berlin 1882, S. V.

30 R. Dedekind/H. Weber: *Theorie der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen*. Crelle-Journal 92 (1882).

31 P. Bachmann: *Die Lehre von der Kreistheilung*, Leipzig 1872.

Demokraten hier durchgängig gesiegt. Ich selbst bin auch gar nicht gegen die Demokraten überhaupt eingenommen, wenn sie es nur gegenwärtig mit der Befestigung einer durchaus freisinnigen constitutionellen Monarchie redlich meinen, und nicht gegen das Königsthum zu Felde ziehen,[...]“³²

König Friedrich Wilhelm IV. hatte am 18. März gegen Mittag in Berlin die Einführung einer Konstitution, der Pressefreiheit und das Mitwirken Preußens an einem geeinten Deutschland verkünden lassen. Das Militär wurde aus der Stadt nicht abgezogen und es kam zu blutigen Barrikadenkämpfen. Die „Märzgefallenen“ wurden im Schlosshof aufgebahrt und ihnen vom König, mit schwarz-rot-goldener Schärpe, die letzte Ehre erwiesen. Am 29. März berief er eine liberale Regierung und ließ im Mai im Land Wahlmänner wählen, die ihrerseits die Abgeordneten für die preußische und für die deutsche Nationalversammlung (Frankfurter Parlament) wählten. Im oben angeführten Brief schrieb Kummer weiterhin:

„Ich bin auf meine Würde als Wahlmann sehr stolz wie Sie daraus ersehen können, daß ich mich in Fürstenstein, wo wir am Mittwoch waren, als E.Kummer, Wahlmann eingeschrieben habe, meine Frau als Wahlweib, den Vetter als Urwähler und Louise Cauer als Wahlverwandtschaft. [...] Sobald ich meinen Pflichten als Bürger werde genügt haben, nämlich unmittelbar nach den Wahlen für die Frankfurter Versammlung, werde ich sogleich wieder meine mathematischen Arbeiten mit voller Kraft vornehmen...“³³

Kummer pflegte mittwochs in Breslau keine Vorlesungen zu halten. Mit einer Kutsche war der knapp 50 km lange Weg über Schweidnitz nach Fürstenberg nicht zu weit. Das Schloss Fürstenstein wurde auf steilem Felshügel erbaut und ist von drei Seiten von einem tiefen, dicht bewaldeten Talkessel umschlossen. Dort gastierte bei den Hochbergs früher schon Johann Wolfgang Goethe, warum sollten nicht Verwandte von Felix Mendelsohn Bartholdy ebenfalls willkommen geheißen worden sein? Louise stammte aus der Künstler- und Gelehrtenfamilie Cauer, sie und ihre Schwester Bertha waren mit dem Ehepaar Kummer schon längere Zeit freundschaftlich verbunden. Drei Monate nach dem schönen Ausflug traf Kummer ein schwerer Verlust:

„am 30. Juli wurde ihm seine geliebte Frau nach einer zuerst leichten Krankheit, die schnell in ein schweres Nervenfieber überging, durch den Tod entrissen.“³⁴

Am 15. Oktober übernahm Kummer das Rektorat der Universität, dabei hielt er eine philosophische aber zugleich politische Rede über die akademische Freiheit, die nach der *Schlesischen Zeitung* von den Studenten mit großem Jubel aufgenommen wurde. Ein Ausschnitt zeigt Kummers Credo im Herbst 1848:

„So ist, [...] ,eine der herrlichsten Blüten der Gegenwart, die Idee der Einheit Deutschlands, seit mehr als dreißig Jahren fast ausschließlich von den deutschen Universitäten gepflegt worden, zu einer Zeit, wo sie im Volke nur wenig Beachtung fand, und wo die Regierungen sie durch Maaßregeln und Strafen zu unterdrücken und auszurotten trachteten. Aber erst seit wenigen Monaten ist diese Idee ein Gemeingut der deutschen Nation geworden, und seitdem arbeitet sie mit Macht an ihrer Verwirklichung, zu welcher Gott ihr seinen Segen geben möge. [...] Ich erkenne als das Ziel aller Bewegung der Gegenwart nur das Ziel, welches überhaupt der Geist der Menschheit in seiner weltgeschichtlichen Entwicklung verfolgt, d i e

32 Siehe Anm. 5, S. 82-83.

33 Ebd., S. 83.

34 Siehe Anm.5, S. 6.

Verwirklichung der Freiheit, und ich erkenne demgemäß als das Ziel, welches die Universitäten für sich zu erstreben haben, die Ausbildung der wahren akademischen Freiheit [...].

Die Freiheit ist ein ausschließliches Eigenthum des Geistes. Überall, wo wir von Freiheit reden, setzen wir einen Geist voraus. [...]

Er schafft als Geist des Volkes im Staate das positive Recht und die Verfassung und ist in demselben der höchste Gesetzgeber, während die verschiedenen Gewalten im Staate, so wie die einzelnen Individuen, in Wahrheit nur seine Organe sind, welche ihm dienen müssen.“³⁵

LE GRAND PRIX DE SCIENCES MATHÉMATIQUES

Der letzte Hochmeister des Deutschen Ordens, Markgraf Albrecht, seit 1525 Herzog in Preußen, gründete 1544 die Academia Regiomontana. Zur 300. Jubelfeier der Albertus-Universität zu Königsberg sandte die Universität Breslau eine Gratulationsschrift, deren wissenschaftlichen Teil Kummer verfasste.³⁶ Er war dazu durch eine Arbeit³⁷ von Jacobi angeregt worden und schuf damit sein eigenes Königsberger Programm zum Reziprozitätsgesetz für höhere Potenzreste. Der erste Schritt bestand im Überwinden des Fehlens der eindeutigen Primzahlzerlegung im Bereich der ganzen Kreisteilungszahlen³⁸. Das gelingt Kummer durch die Schaffung sogenannter „idealer Zahlen“³⁹. Diese Schöpfung war nicht nur richtungsweisend für die Zahlentheorie, erweitert durch Kronecker auf algebraische Zahlen, sondern auch für die Algebra, worin sie in der Idealtheorie, formalisiert und verallgemeinert durch Dedekind, noch heute weiter lebt.

Die Pariser Akademie der Wissenschaften rückte die Fermat'sche Vermutung durch eine Preisfrage, verbunden mit einer Goldmedaille und einem Preisgeld von 3 000 Franc, in den Blickpunkt der Mathematiker. Nicht nur Lamé, der den Spezialfall $n=7$ gelöst hatte, auch der große Mathematiker Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) kündigten im März 1847 an, unmittelbar vor der Lösung des allgemeinen Falles zu stehen, das heißt, für alle natürlichen Zahlen größer als 2 die Vermutung bald beweisen zu können. Kummer berichtete am 2. April 1847 seinem Freund Kronecker, wie er mit seinem neuen Handwerkzeug für gewisse Primzahlen als Exponenten die Unlösbarkeit der Fermat'schen Gleichung bestätigen konnte. Im folgenden Monat fand er noch eine Bedingung, wie man numerisch nachprüfen kann, ob der Exponent regulär ist, d.h. die Gültigkeit der Fermatschen Vermutung nachsichzieht. Als korrespondierendes Mitglied der Berliner Akademie der Wissenschaften teilte er dieser über Dirichlet seine Ergebnisse mit, die danach in deren Monatsberichten noch 1847 veröffentlicht wurden. Einen genauen Beweis fand er erst zwei Jahre später.⁴⁰ Erst die Publikation in Liouvilles Journal⁴¹ brachte den unerwarteten Erfolg im Jahre 1857. Die Pariser Akademie fand es nach so langer Laufzeit angebracht, die

35 E. Kummer: *Über die akademische Freiheit*, Breslau 1848, S. 5-7.

36 E.E. Kummer : *De numeris complexis* [...], Vratislaviae MDCCCXLIV.

37 C.G.J.Jacobi: *Über die Kreistheilung und ihre Anwendung* [...], Monatsbericht 1837.

38 O. Neumann: *Über die Anstöße zu Kummers Schöpfung* [...] Mathematical Perspectives 1981.

39 E.E. Kummer: Zur Theorie der complexen Zahlen, Monatsbericht 1845 und Crelle-Journal 35 (1847)

40 E.E. Kummer: Allgemeiner Beweis des Fermat'schen Satzes. Crelle-Journal 40 (1850), S. 130-138.

41 E.E. Kummer: Mémoire sur la théorie des nombres complexes. Journal de Mathématiques XVI (1851), S. 377-498.

anscheinend nicht beantwortbare Fermatsche Preisfrage zurückzuziehen und den Großen Preis der mathematischen Wissenschaften an Herrn Kummer zu vergeben „für seine schönen Untersuchungen über komplexe Zahlen, die aus Einheitswurzeln und ganzen Zahlen zusammengesetzt sind“⁴² und das bisher beste Resultat bezüglich der Fermatschen Vermutung lieferten.

EPILOG

Wir haben Kummers Leben und Werk in Liegnitz und Breslau skizziert. Am 23.2. 1855 starb Gauß in Göttingen. Dirichlet folgte dem Ruf auf den Gauß-Lehrstuhl. Vorher sorgte er für seine eigene Nachfolge. Im Juni schlägt er Kummer der philosophischen Fakultät für die Wiederbesetzung seiner Stelle vor und im Juli erbringt er zusammen mit J.F. Encke den Vorschlag, Kummer als ordentliches Mitglied der Berliner Akademie der Wissenschaften zu wählen. Am 28. Juli 1855 tritt Kummer als ordentlicher Professor für Mathematik in die Friedrich Wilhelm Universität zu Berlin ein und verlässt damit Schlesien.⁴³ Auch er bemüht sich um einen würdigen Nachfolger. Sein Liegnitzer Schüler Joachimsthal hatte in Berlin bei Dirichlet und Steiner und in Königsberg bei Jacobi studiert und sich 1845 an der Berliner Universität habilitiert. Er wurde 1853 ordentlicher Professor in Halle und schließlich im Sommer 1856 Ordinarius in Breslau. Kronecker folgte Kummer 1855 nach Berlin, wo er als begüterter Privatgelehrter am akademischen Leben der Hauptstadt teilnahm. 1861 wurde Kronecker zum Mitglied der Preußischen Akademie der Wissenschaften gewählt und damit berechtigt, an der Berliner Universität Vorlesungen zu halten. Der Ordinarius Kummer, der 1856 zum Extraordinarius berufene Karl W e i e r s t r a ß (1815-1897) und Kronecker bauten zusammen mit ihren hervorragenden Schülern Lazarus F u c h s (1833-1902) aus Posen, Hermann Amadeus S c h w a r z (1843-1921) aus Hermsdorf unterm Kynast⁴⁴, Georg F r o b e n i u s (1849-1917) aus Berlin und Friedrich Hermann S c h o t t k y (1851-1935) aus Breslau ein mathematisches Weltzentrum in Berlin auf, das erst nach der Jahrhundertwende seine internationale Bedeutung an Göttingen verlor.

Kummer starb am 14.5. 1893 in Berlin. Der Nachruf der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, den wir mehrmals zitiert haben, enthält ein nahezu vollständiges Verzeichnis von Kummers Schriften.⁴⁵ Der Vorstand der Berliner Mathematischen Gesellschaft gab zur Feier des 100. Geburtstages Eduard Kummers (Abb.5) eine Festschrift heraus, die neben der Gedächtnisrede von K. Hensel⁴⁶ historisch wertvolle, von Kummer verfasste Briefe an seine Mutter und an Kronecker einschließt. Kummer war ein ausgezeichnete Forscher, der nach eigenen Worten

42 Siehe Anm. 6, S. 17.

43 K.-R. Biermann: *Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität 1810-1933*.

44 Schwarz heiratete 1868 Kummers Tochter Marie.

45 Er wurde verfasst von Emil Lampe, der von Kummer 1864 promoviert worden war.

46 Kurt Hensel (1861-1941) war mit Kummers Frau Ottilie weitläufig verwandt, er promovierte 1884 bei Kronecker.

„vorzüglich nur auf Erweiterung der Grenzen der Wissenschaft gerichtet ist“⁴⁷ und deshalb nur Abhandlungen und keine Bücher schrieb. Deshalb verdient der Springer-Verlag höchste Anerkennung, dass er sich über die Missgunst vergangener Zeiten hinwegsetzte und in Hinblick auf den Nutzen für aktuelle Grenzüberschreitungen erstmalig Kummers Werke 1975 nahezu vollständig nachgedruckt und in zwei Folianten veröffentlicht hat.⁴⁸

Rund 120 Jahre nach Kummers bedeutenden Breslauer Arbeiten zur Zahlentheorie wurden diese in drei Bänden gewürdigt: durch Władysław Narkiewicz⁴⁹ in Polen, in England durch Harold M. Edwards⁵⁰ und in Kanada durch Paulo Ribenboim⁵¹. Vielleicht war es das von dem Darmstädter Industriellen Paul Wolfskehl im Jahre 1908 gestiftete Preisgeld von 100 000 Reichsmark für die vollständige Bestätigung der Fermat'schen Vermutung, das wieder lockte; in der Wettbewerbsausschreibung hieß es unter „(9) Falls der Preis bis zum 13. September 2007 nicht zuerkannt ist, können Ansprüche auf ihn nicht mehr erhoben werden.“⁵²

Von der Vaughn Foundation wurde Edwards Buch und die eingangs erwähnte Dedham-Tagung gesponsert. Sie war nicht nur zum Zwecke der Lösung des Fermatproblems einberufen, sondern zur Entwicklung von Gebieten der Mathematik, die mit diesem Problem in Verbindung standen, wie etwa Darstellungstheorie spezieller Gruppen und Arithmetik von elliptischen Kurven. Wir können hier nicht die Bemühungen von vielen Mathematikern in Amerika, Japan und Europa beschreiben, die innerhalb von 20 Jahren zu Wiles' Lösung⁵³ führte. Stattdessen verweisen wir auf drei Bücher, die am Ende den Weg zum Beweis des Fermat'schen Satzes weisen. Mit wachsender Anforderung an den Leser sind das Singhs *Fermats letzter Satz*⁵⁴, Ribenboims *Fermat's Last Theorem for Amateurs*⁵⁵ und Narkiewicz' *Rational Number Theory in the 20th Century. From PNT to FLT*.⁵⁶

LITERATUR

Amtliches Verzeichnis des Personals und der Studirenden auf der Königlichen vereinten Friedrichs-Universität Halle-Wittenberg, Sommerhalbjahr 1828 bis 1831.

Bachet de Méziriac, Claude Gaspard (Hg.): *Diophanti Alexandrini Arithmeticonum Liber II*, Lutetiae Parisiorum MDCXXI.

Bachmann, Paul: *Die Lehre von der Kreistheilung und ihre Beziehungen zur Zahlentheorie*, Akademische Vorlesungen, Leipzig 1872.

Biermann, Kurt-R.: *Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität 1810-1933, Stationen auf dem Wege eines mathematischen Zentrums von Weltgeltung*, Berlin 1988.

47 Neue Jenaische Allgemeine Literatur-Zeitung No 201, 1847, S. 802.

48 A. Weil (Hg.): Ernst Eduard Kummer : Collected Papers. Berlin 1975.

49 *Elementary and Analytic Theorie of Algebraic Numbers*, Warszawa 1974.

50 *Fermat's Last Theorem*, New York 1977.

51 *13 Lectures on Fermat's Last Theorem*, New York 1979.

52 S. Singh: *Fermats letzter Satz*, München 2000, S. 153.

53 A. Wiles: *Modular elliptic curves* [...] *Annals of Math.* 141(1995), S. 443-551.

54 Siehe Anm. 1 und 52.

55 New York 1999, XI Epilog, S. 359-380.

56 London, Dordrecht 2012, S. 376-382, References S. 382-617 (6849 Titel).

- Czwalina, Arthur: *Arithmetik des Diophantos aus Alexandria*, Göttingen 1952.
- Dedekind, Richard/ Weber, Heinrich: *Theorie der algebraischen Functionen einer Veränderlichen*, Journal für reine und angewandte Mathematik 92 (1882), S. 181-290.
- Dirichlet, Lejeune: *Mémoire sur l'impossibilité de quelques équations indéterminées du cinquième degré*, Journal für die reine und angewandte Mathematik 3 (1828), S. 354-375.
- Edwards, Harold M.: *Fermat's Last Theorem*, New York - Heidelberg - Berlin 1977.
- Euler, Leonhard: *Vollständige Anleitung zur Algebra*, Leipzig 1885.
- Fermat, Pierre de: *Bemerkungen zu Diophant*, Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Nr. 234, Leipzig 1932.
- Fermat, Samuel (Hg.): *Diophanti Alexandrini Arithmeticonum Liber II*, Tolosae MDCLXX. *Festschrift zur Feier des 100. Geburtstags EDUARD KUMMERS*, mit Briefen an seine Mutter und an Leopold Kronecker, herausgegeben vom Vorstande der Berliner Mathematischen Gesellschaft, Leipzig und Berlin 1910.
- Girlich, Hans-Joachim: *Über Wege zu ersten mathematischen Fachzeitschriften in Europa*, [in:] I. Kästner (Hg.): *Wissenschaftskommunikation in Europa im 18. und 19. Jahrhundert*, Aachen 2009, S. 213-228.
- Girlich, Hans-Joachim: *Zur Genealogie bedeutender Mathematiker an der Universität zu Breslau 1811-1945*, [in:] J. Harasimowicz (Hg.): *Universität Breslau in der europäischen Kultur des 19. und 20. Jahrhundert*, Internationale wissenschaftliche Konferenz, Wrocław 4.-7.10. 2011 (im Druck).
- Heath-Brown, D.R./Patterson, S.J.: *The distribution of Kummer sums at prime arguments*, Journal für die reine und angewandte Mathematik 310 (1979), S. 111-130.
- Hensel, Kurt: *Gedächtnisrede auf Ernst Eduard Kummer*, [in:] *Festschrift zur Feier des 100. Geburtstags Eduard Kummers*, Leipzig und Berlin 1910, S. 1-37.
- Jacobi, Carl Gustav Jacob: *Über die Kreistheilung und ihre Anwendung auf die Zahlentheorie*, Monatsberichte der Akademie der Wissenschaften, Berlin 1837.
- Kneser, Adolf: *Leopold Kronecker*, Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 33 (1925), S. 210-228.
- Koblitz, Neal (Hg.): *Number Theory Related to Fermat's Last Theorem*, Progress in Mathematics, Vol. 26, Boston-Basel-Stuttgart 1982.
- Kronecker, Leopold: *Grundzüge einer arithmetischen Theorie der algebraischen Größen*, Festschrift zu Herrn Ernst Eduard Kummer's fünfzigjährigen Doctor-Jubiläum, Berlin 1882.
- Kummer, Ernst Eduard: *Über die hypergeometrische Reihe*, Journal für die reine und angewandte Mathematik 15 (1836), S. 39-83, S. 127-172.
- Kummer, Ernst Eduard: *Eine Aufgabe, betreffend die Theorie der kubischen Reste*, Journal für die reine und angewandte Mathematik 23 (1842), S. 285-286.
- Kummer, Ernestus Eduardus: *De numeris complexis, qui unitas radicibus et numeris integris realibus constant*, Gratulatur Academia Vratislaviensis: Academiae Albertinae Regiomontanae secularia tertia celebranti. Vratislaviae MDCCCXLIV.
- Kummer, Ernestus Eduardus: *De residuis cubicis disquisitiones nonnullae analyticae*, Vratislaviae MDCCCXLII, Habilitationsschrift, nachgedruckt im Journal für die reine und angewandte Mathematik 32 (1846), S. 341-359.
- Kummer, Ernst Eduard: *Zur Theorie der complexen Zahlen*, Monatsbericht der Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1845, S. 87-96, abgedruckt im J. Für Math. 35 (1847), S 319-326.
- Kummer, E.E.: *Über die akademische Freiheit*. Eine Rede, gehalten bei Übernahme des Rektorats der Universität Breslau am 15. Oktober 1848, Breslau 1848.
- Kummer, Ernst Eduard: *Mémoires sur la théorie de nombres complexes composés de racines de l'unité et de nombres entiers*, Journal de mathématiques pures et appliquées 16 (1851), S. 377-498.
- Kummer, Ernst Eduard: *Allgemeiner Beweis des Fermat'schen Satzes, dass die Gleichung*

$x^\lambda + y^\lambda = z^\lambda$ durch ganze Zahlen unlösbar ist, für alle diejenigen Potenz-Exponenten λ , welche ungerade Primzahlen sind und in den Zählern der ersten $\frac{1}{2}(\lambda - 3)$ Bernoulli'schen Zahlen als Factoren nicht vorkommen. Journal für die reine und angewandte Mathematik 40 (1850), S. 130-138.

Kummer, E.E.: *Gedächtnissrede auf Gustav Peter Lejeune-Dirichlet*, Aus den Abhandlungen der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1860.

Lampe, E: *Nachruf für Ernst Eduard Kummer*, Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 3 (1894), S. 12-28.

Narkiewicz, W. *Matematyka na Uniwersytecie Wrocławskim za czasów Kummera*, Wiadomości Matematyczne 28 (1990), S. 195-203.

Narkiewicz, Władysław: *Ernst Eduard Kummer und die Anfänge der algebraischen Zahlentheorie*, Vortragsmanuskript (Marburg, 7. Juli 1999), 8 Seiten.

Narkiewicz, Władysław: *Elementary and Analytic Theory of Algebraic Numbers*, Warszawa 1974, Third Edition, Berlin 2004.

Narkiewicz, Wladyslaw: *Rational Number Theory in the 20th Century- From PNT to FLT*, London – Dordrecht – Heidelberg – New York 2012.

Neumann, Olaf: *Über die Anstöße zu Kummers Schöpfung der „idealen complexen Zahlen“*, [in:] J.W. Dauben: *Mathematical Perspectives*, Essays on Mathematics and Its Historical Development, New York London 1981, S. 179-199.

Rauert, Klaus-Henning: *Siebenhundert Jahre Sorau*, Dortmund 1960.

Ribenboim, Paulo: *13 Lectures on Fermat's Last Theorem*, New York 1979.

Ribenboim, Paulo: *Fermat's Last Theorem for Amateurs*, New York 1999.

Scriba, Christoph J.: *Kummer, Ernst Eduard*, Neue Deutsche Biographie, Bd.13, Berlin 1982, S. 282-283.

Singh, Simon: *Fermats letzter Satz Die abenteuerliche Geschichte eines mathematischen Rätsels*, München 2000.

Weil, André (Hg.): *Ernst Eduard Kummer – Collected Papers*.

Vol.I *Contributions to Number Theory*, Vol.II *Function Theory. Geometry and Miscellaneous*, Berlin - Heidelberg - New York 1975.

Wiles, Andrew: *Modular elliptic curves and Fermat's Last Theorem*, Annals of Mathematics 141 (1995), S. 443-551.

Хинчин, Александр: *Великая теорема Ферма*, Москва 1927.

Abbildungen

Abb. 1: Kummers Führungszeugnis von Halle vom 1.9.1831

Abb. 2: Fermats Randnotiz

Abb. 3: Die Arithmetik des Diophant, Toulouse 1670

Abb. 4: Leopold Kronecker

Abb. 5: E. E. Kummer 1875

Herr Ernst Glaser Kummer aus Sorau

ist auf hiesiger Universität *Septem* 1828 als Studiosus

Philosophiae & Matheseos immatrikulirt worden, und hat sich seitdem

bis zum fünftigen Tage als Studirender hier aufgehalten.

Während dieser Zeit hat derselbe die akademischen Vorlesungen mit *ausge-*
zeichnetem Fleiße besucht.

Hinsichtlich seines Verhaltens ist zu bemerken, daß derselbe sich *als*
ruhig und sorgfältig betragen hat, und in akademischer
Erfassung *ausgezeichnet* nicht nur die Anwesenheit zur Kenntniß der
Vorlesungen, und einer Theilnahme an *den*
Arbeiten nicht *unzulänglich* hervorgeht.

welches demselben Behufs der *Erhaltung* der *philosophischen* *Lehrer* *Bedürfnis*
hiedurch amtlich bezeugt wird.

Halle, den 1. September 1831.

Königl. vereinte Friedrichs-Universität Halle-Wittenberg.

Die stellvertretenden Königl.

Regierungs-Bevollmächtigten.

Karl Ernst Schmidt



Der zeitige Prorector.

Heffner

Wittenberg
Universitäts-Secretär.

Num. 665.

QVÆSTIO VIII.

PROPOSITVM quadratum diuidere in duos quadratos. Imperatum fit vt 16. diuidatur in duos quadratos. Ponatur primus 1 Q. Oportet igitur $16 - 1$ Q. æquales esse quadrato. Fingo quadratum à numeris quotquot libuerit, cum defectu tot unitatum quod continet latus ipsius 16. esto à 2 N. — 4. ipse igitur quadratus erit 4 Q. + 16. — 16 N. hæc æquabuntur unitatibus $16 - 1$ Q. Communis adiiciatur vtriusque defectus, & à similibus auferantur similia, fient 5 Q. æquales 16 N. & fit 1 N. $\frac{16}{5}$ Erit igitur alter quadratorum $\frac{256}{25}$. alter verò $\frac{144}{25}$ & vtriusque summa est $\frac{400}{25}$ seu 16. & vterque quadratus est.

ἢ εἰκοσόπεμπτα, ἢτοι μονάδας 15. καὶ ἔστιν ἑκάτερος τετράγωνος.

TON ὀπίταχθέντα τετράγωνον διελθὼν εἰς δύο τετραγώνους. ἐπιτετάχθω δὴ τὸ 15 διελθὼν εἰς δύο τετραγώνους. καὶ τετάχθω ὁ προῆτος δυνάμειος μιας. δέησει ἄρα μονάδας 15 λείπει δυνάμειος μιας ἴσας ἑπὶ τετραγώνῳ. πλάσσω τὸ τετράγωνον ὑπὸ 15. ὅσων δὴ ποτε λείπει τοσούτων μὲν ὅσων ὅσιν ἢ τὸ 15 μὲν πλὴν ἄ. ἔστω 15 β λείπει μὲν δ. αὐτὸς ἄρα ὁ τετράγωνος ἔσται δυνάμειος δ' μὲν 15 λείπει 15. ταῦτα ἴσα μονάσι 15 λείπει δυνάμειος μιας. κοινὴ προσκέειται ἡ λείψας, καὶ ὑπὸ ὁμοίων ὁμοία. δυνάμεις ἄρα εἰ ἴσαι ἀριθμοῖς 15. καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς 15. πέμπτων. ἔσται ὁ μὲν σνς εἰκοσόπεμπτων. ὁ δὲ ρμδ' εἰκοσόπεμπτων, ἔοι δὲ δύο σωπεδέντες ποῖος

OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est diuidere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX,
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.

*CVM COMMENTARIIS C. G. BACHETI V. C.
& obseruationibus D. P. de FERMAT Senatoris Tolosani.*

Accessit Doctrinæ Analyticæ inuentum nouum, collectum
ex varijs eiusdem D. de FERMAT Epistolis.



TOLOSÆ,
Excudebat BERNARDVS BOSC, è Regione Collegij Societatis Iesu.
M. DC. LXX.

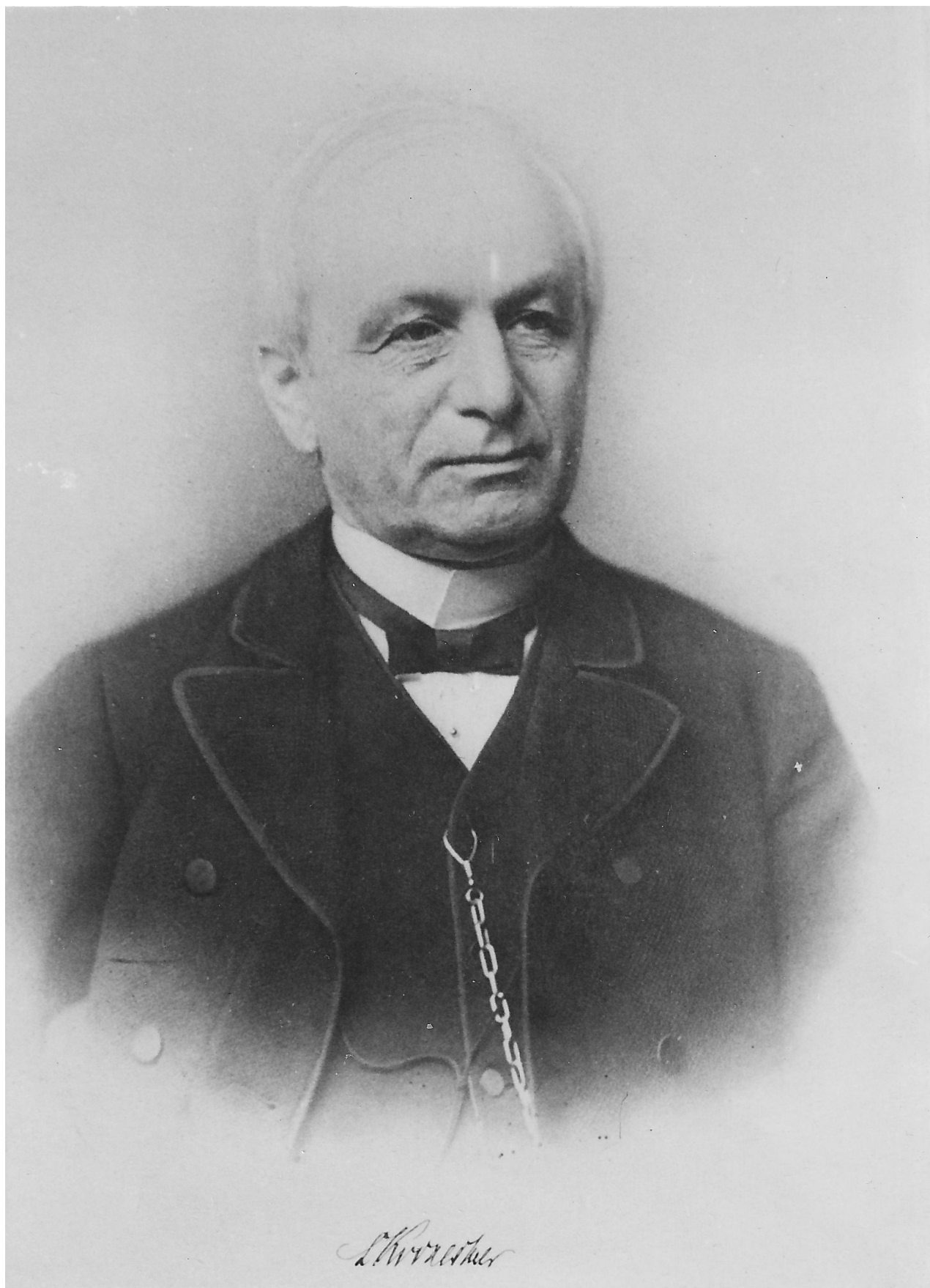


Abb. 4

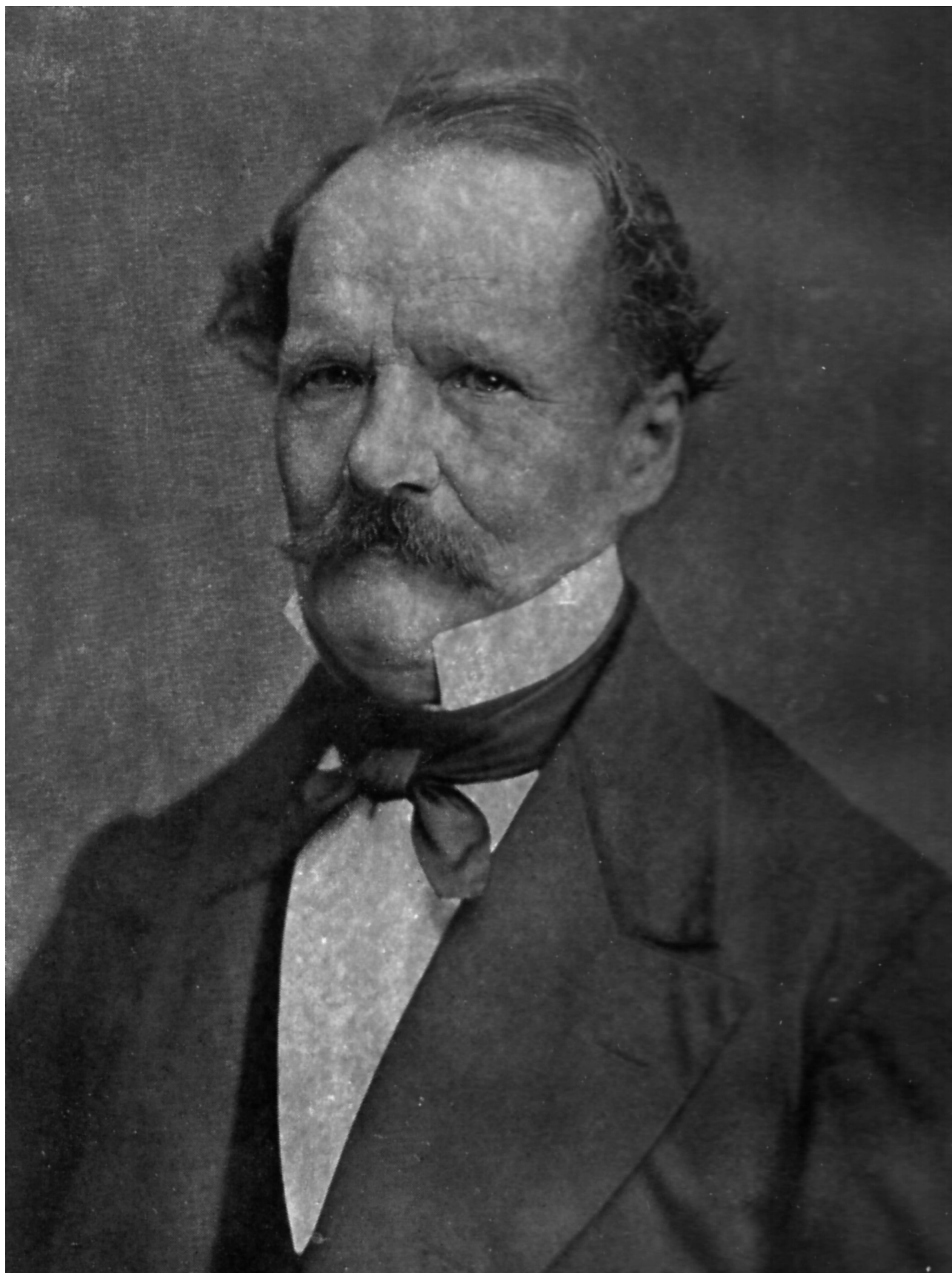


Abb. 5